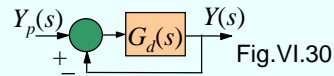


c. Sisteme cu timp mort

Partea fixat con ine e^{-Ts} , $T > 0$.



Sist. în c. deschis: $G_d(s) = G(s)G_i(s) = G_R(s)G_F(s)G_I(s) = \frac{Q(s)}{P(s)}e^{-Ts}$. (4.18)

Sist. în c. închis: $G_0(s) = \frac{G_d(s)}{1 + G_d(s)} = \frac{G_d(s)}{F(s)} = \frac{Q(s)e^{-Ts}}{P(s) + Q(s)e^{-Ts}}$,

cu $F(s) = 1 + G_d(s) = \frac{P(s) + Q(s)e^{-Ts}}{P(s)}$.

$F(s)$ are o infinitate de zerouri, dar în $\{Re s \geq 0\}$ un număr finit.

$F(s)$ are un număr finit de poli în $\{Re s \geq 0\}$.

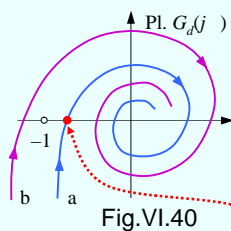
Se poate aplica principiul argumentului.

Teorema 8

Teoremele 5,6 și 7 se aplică la pt. $G_d(s)$ de forma (4.18). ■

Exemplul 4.4

Se cere dom. de BIBO-stab. pt. $G_d(s) = \frac{k}{s}e^{-Ts}$, $k > 0$, $T > 0$.



Locul de transfer – fig. VI.40:

$$G_d(j\check{s}) = \frac{k}{j\check{s}}e^{-jT\check{s}} = -\frac{k}{\check{s}}(\sin T\check{s} + j\cos T\check{s}).$$

Dou cazuri: (a) stab. și (b) instab.

Cf. t.8 cond. de BIBO-stab. este:

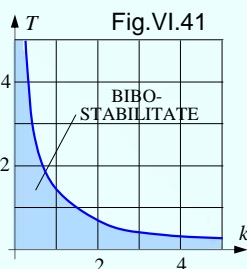
$$\min_{\check{s}} \operatorname{Re} G_d(j\check{s}) = \min_{\check{s}} \left(-\frac{k}{\check{s}} \sin T\check{s}\right) > -1$$

$$\text{pt. } \check{s}: \operatorname{Im} G_d(j\check{s}) = -\frac{k}{\check{s}} \cos T\check{s} = 0, \check{s} > 0.$$

$$\text{Rezult : } T\check{s}_i = (2i+1)\pi/2, i=0,1,2,\dots,$$

$$\Rightarrow \min_i [-2kT/((2i+1)\pi)] > -1,$$

$$\Rightarrow kT < \pi/2 \Rightarrow \text{fig.VI.41.} \blacksquare$$



d. Factorul de amplif. ca parametru

$$G_d(s) \Rightarrow kG_d(s), k > 0.$$

$$kG_d(s)$$

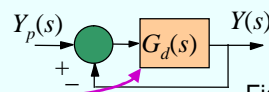


Fig.VI.30

$$F(s) = 1 + kG_d(s) = k(k^{-1} + G_d(s)). \quad \text{P. critic va fi } -k^{-1}.$$

Teorema 9

SA (v.fig.) este BIBO-stab. \odot locul $G_d(j\check{S})$ înconjoar p. $-k^{-1}$ în sens pozitiv de $n+n_0/2$ ori pt. \check{S} cresc tor de la $-\infty$ la $+\infty$. ■

Teorema 10

SA (v.fig.), cu max 2 poli $s=0$ i restul în $\{\text{Re } s < 0\}$, este BIBO-stab. $\odot -k^{-1}$ în afara lui $G_d(j\check{S})$, la stg., pt. \check{S} de la $-\infty$ la $+\infty$. ■

Teorema 11

Teoremele 9 i 10 se aplic pt. $G_d(s)$ cu timp mort. ■

e. Utilizarea diagramei Bode

Fie SA cu:

$$G_d(s) = \frac{k}{s^r} \frac{b_m s^m + \dots + 1}{a_n s^n + \dots + 1} e^{-Ts}, \quad (4.20)$$

$$k > 0, r = 0, 1, 2, m < n + r,$$

$$a_i > 0, i = \overline{1, n}, b_j > 0, j = \overline{1, m},$$

$$T \geq 0, a_n s^n + \dots + 1 \text{ (hurwitzian) i}$$

$$b_m s^m + \dots + 1 \text{ - relativ prime.}$$

Fig. VI.42 (a) stabilitate

$$|G_d(j\check{S}_t)| = 1 \text{ sau } A_d(\check{S}_t) = 0 \text{ dB;}$$

\check{S}_t este **pulsa ia de t iere**

(cf. def. din automatic).

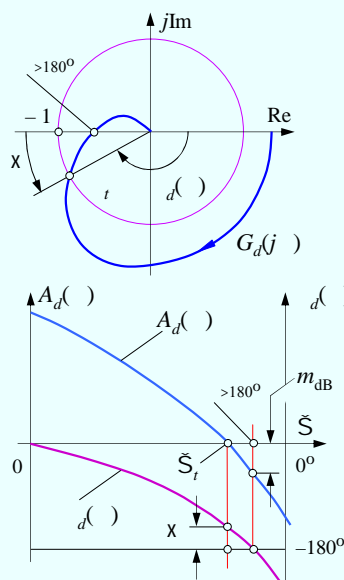
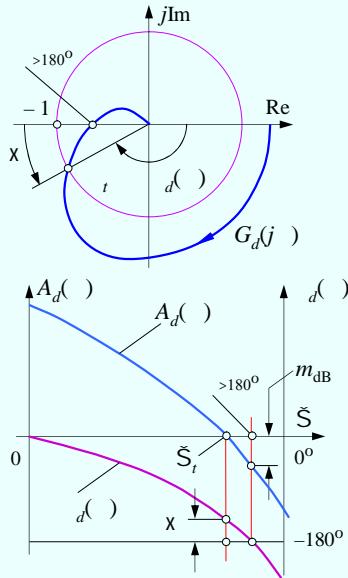


Fig.VI.42. a

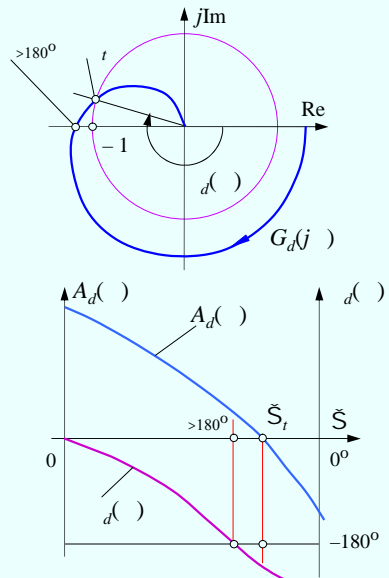
Fig.VI.42. a; BIBO-stabilitate



M. Voicu, IA (VI)

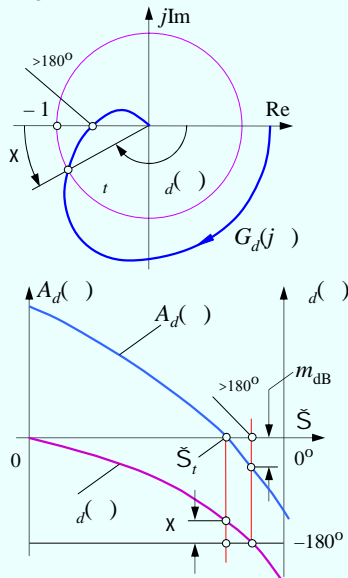
C12 (29)

Fig.VI.42. b; BIBO-instabilitate



5

Fig.VI.42. a; BIBO-stabilitate



M. Voicu, IA (VI)

C12 (29)

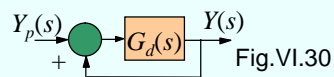


Fig.VI.30

Teorema 12

SA cf. fig.VI.30, cu

$$G_d(s) = \frac{k}{s^r} \frac{b_m s^m + \dots + 1}{a_n s^n + \dots + 1} e^{-Ts}$$

este BIBO-stabil \bar{O}

$$d(\check{\omega}_t) > -180^\circ. \blacksquare$$

Stabilitatea relativ se evalueaz

cu: $A_d(\check{\omega}_{-180^\circ}), \{d(\check{\omega}_t)\}; \Rightarrow$

$$m_{dB} = -A_d(\check{\omega}_{-180^\circ}), \chi = \{d(\check{\omega}_t) - (-180^\circ)\}.$$

Valori recomandate:

$$m_{dB} = 10 \div 20\text{dB}, \chi = 30^\circ \div 50^\circ.$$

6

Exemplul 4.5

S se studieze BIBO-stabilitatea SA cu

$$G_d(s) = \frac{k}{s(0,05s+1)(0,2s+1)}, \quad k > 0.$$

Se traseaz diagrama Bode pentru $k = 1$.

$$A_d(\check{S}) = -20\lg\check{S} - 20\lg\sqrt{(0,2\check{S})^2+1} - 20\lg\sqrt{(0,05\check{S})^2+1} \cong$$

$$\cong \begin{cases} -20\lg\check{S}, & 0 < \check{S} < 5, \\ -20\lg\check{S} - 20\lg\sqrt{(0,2\check{S})^2+1}, & 5 \leq \check{S} \leq 20, \\ -20\lg\check{S} - 20\lg\sqrt{(0,2\check{S})^2+1} - 20\lg\sqrt{(0,05\check{S})^2+1}, & 20 \leq \check{S} < +\infty; \end{cases}$$

$$\{_d(\check{S}) = -90^\circ - \arctg(0,2\check{S}) - \arctg(0,05\check{S}).$$

$A_d(\check{S})$ este linie poligonal cu p. de frângere la: $\check{S}_1 = 5, \check{S}_2 = 20$.

M. Voicu, IA (VI)

C12 (29)

7

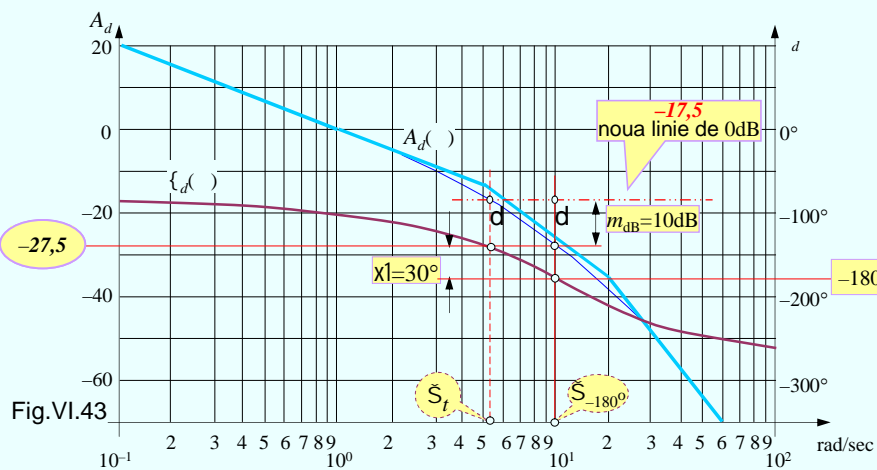


Fig.VI.43

$$\text{BIBO-stabilitatea} \Leftrightarrow -20\lg k > -27,5\text{dB} \Leftrightarrow$$

$$20\lg k < 27,5\text{dB} \Leftrightarrow 0 < k < 12,37.$$

Pt. a obine $m_{\text{dB}} = 10\text{dB}$, **noua linie de 0dB** la $-17,5\text{dB}$.

$$20\lg k = 17,5\text{dB}, k = 7,5; \check{S}_t = 5,25 \text{ rad/sec}, \chi = 30^\circ.$$

M. Voicu, IA (VI)

C12 (29)

8

4.3. Corec ia sistemelor automate

«Corec ie» = stabilizarea sistemelor automate cf. 4.2.b.

a. Condi ii impuse sistemului automat

1° S fie BIBO-stabil.

2° S asigure o anumit precizie în regim sta ionar.

Eroarea sta . $e_s = y_{ps} - y_s$ s fie 0 sau satisf c tor de mic .

$e_s = 0$ dac pe calea direct exist integratoare.

În lipsa lor, e_s poate fi satisf. de mic dac amplificarea sistemului în circuit deschis este suficient de mare.

Într-o anumit m sur 1° i 2° sunt **contradictorii**.

Introducerea unui integrator sau cre terea factorului de amplificare imprim SA o tendin spre instabilitate.

Cre terea factorului de amplificare ∞ locul $kG_d(j\check{S})$ poate s înconjoare **punctul critic** (-1, fig.VI.44).

Un pol în origine: efectul de rota ie cu -90° ∞ posibil ca locul $(j\check{S})^{-1}G_d(j\check{S})$ s înconjoare **punctul critic** (-1, fig.VI.45).

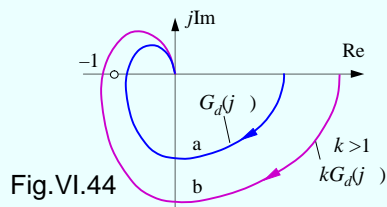


Fig. VI.44

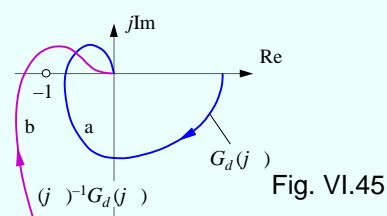


Fig. VI.45

Solu ia pentru cond. 2° nu trebuie s neglijeze cond.1°.

BIBO-stabilitatea este esen ial i, mai mult, este necesar asigurarea unei anumite BIBO-stabilit i relative.

Foarte important este următoarea condiție.

3° R. indicial în rap. cu m. prescris să fie suf. de amortizat.

Se ține seama de valorile recomandate pt. m_{dB} și (v. 4.2).

Dacă la \check{S}_t panta lui $A_d(\check{S})$, pe un interval suficient de larg de pulsații, este mai mic sau egal cu -20dB/decad , atunci, implicit, unei val. admis. a lui \check{m} îi corespunde o val. admis. pt. m_{dB} (ex. 4.5, fig.VI.43).

∅ Se folosește ca măsură BIBO-stabilității relative numai , asigurându-se astfel o amortizare satisfăcătoare

Un răspuns indicial în raport cu m. prescris cu suprareglare acceptabil și bine amortizat se obține pt. $x = 50^\circ \div 70^\circ$.

Un răspuns indicial în rap. cu perturb. este accept. pt. $x > 30^\circ$.

La fel de important este următoarea condiție.

4° SA trebuie să răspundă suficient de rapid atât la variația m rimii prescrise cât și la variația perturbației.

Un SA are un răspuns rapid numai dacă sistemul în circuit deschis are și el această proprietate.

Sistemul în circuit deschis este un FTJ.

Rapiditatea răspunsului indicial al F(I)TJ este cu atât mai mare cu cât pulsația de tîiere este mai mare.

Pulsația de tîiere a SA este de regulă mai mare decât a sistemului în circuit deschis și poate fi crescută prin creșterea fact. de amplificare al sist. în circuit deschis.

Acest fapt se explică prin următorul exemplu.

Fie $G_d(s) = \frac{k}{Ts+1}$, $k > 0$, $T > 0$, cu puls. de t iere (FTJ) $\check{S}_1 = \frac{1}{T}$.

$$\begin{aligned} \text{SA: } G_0(s) &= \frac{G_d(s)}{1+G_d(s)} = \frac{\frac{k}{Ts+1}}{1+\frac{k}{Ts+1}} = \frac{k}{Ts+1+k} = \\ &= \frac{\frac{k}{k+1}}{\frac{T}{k+1}s+1} = \frac{k_0}{T_0s+1}, \quad k_0 = \frac{k}{1+k} < 1, \quad T_0 = \frac{T}{1+k} < T, \end{aligned}$$

cu pulsa ia de t iere (FTJ): $\check{S}_{10} = \frac{1}{T_0} = \frac{k+1}{T} = (k+1)\check{S}_1$.

Deci: $\check{S}_{10} > \check{S}_1$. \emptyset SA este mai rapid ca sist. în c. deschis.

Într-o anumit m sur , 3° i 4° sunt contradictorii.

\check{S}_{10} (\check{S}_{t0} – a sist. aut.) se poate cre te prin cre terea lui k .

Aceasta determin reducerea marginii de faz , respectiv a amortiz rii r spunsului indicial al SA.

b. Corec ia în domeniul frecven elor

Corec ia SA const în parcurgerea urm torilor 4 pa i:

- 1° Determinarea schemei bloc structurale i a parametrilor p r ii fixate.
- 2° Trasarea diagramei Bode a p r ii fixate.
- 3° Determinarea regulatorului cf. cond. 1°– 4° de la p. a.
- 4° Simularea SA pt. verificarea i îmbun t irea solu iei

Se ilustreaz pasul 3°. Se aplic urm toarele 3 procedee:

- 1° Se coboar $A_d(\check{S})$ • cu un **regulator PI.**
- 2° Se ridic $\{_d(\check{S})$ • cu un **regulator PD.**
- 3° Se combin 1°+ 2° • cu un **regulator PID.**

1° Regulatorul PI ideal

$$G_R(s) = \frac{k_r(1 + \tau_1 s)}{s} = k_r \left(\tau_1 + \frac{1}{s} \right),$$

$$k_r > 0, \tau_1 > 0.$$

Regulatorul PI coboară $A_d(\check{S})$.

\check{S}_t se micșorează la stg. – fig.VI.46.

Creșterea τ_1 ; sist. devine mai lent.

Uzual $\tau_1 = T_1 =$ cea mai mare const. de timp a p. fixate, $G_F(s)$.

Se compensează $(T_1 s + 1)$ din numitorul lui $G_F(s)$.

Cu $A_d(\check{S})$ se determină k_r pentru x impus.

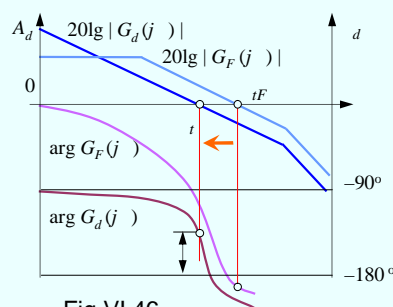


Fig.VI.46

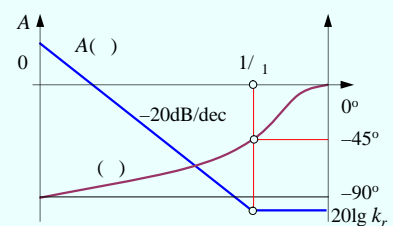


Fig.VI.48

M. Voicu, IA (VI)

C12 (29)

15

2° Regulatorul PD ideal

$$G_R(s) = k_r(1 + \tau_2 s),$$

$$k_r > 0, \tau_2 > 0.$$

Regulatorul PD ridică $\check{S}_d(\check{S})$.

\check{S}_t constant – fig.VI.47

Creșterea marginii de fază χ .

Uzual $\tau_2 = T_1 =$ cea mai mare const. de timp a p. fixate, $G_F(s)$.

Se compensează $(T_1 s + 1)$ din numitorul lui $G_F(s)$.

Cu $A_d(\check{S})$ se determină k_r pentru x impus.

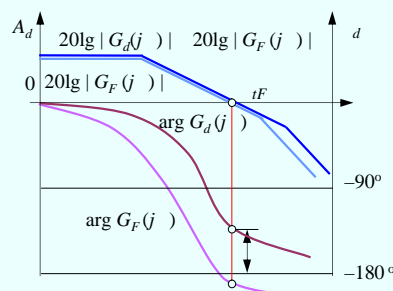


Fig.VI.47

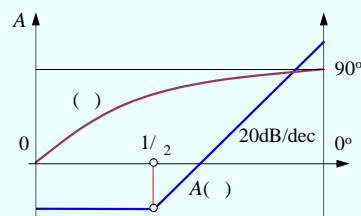


Fig.VI.51

M. Voicu, IA (VI)

C12 (29)

16

3° Regulatorul PID ideal

$$G_R(s) = \frac{k_r(1+\ddagger_1s)(1+\ddagger_2s)}{s},$$

$$k_r > 0, \ddagger_1 \geq \ddagger_2 > 0.$$

Comparativ cu cazul PI, se ridică ξ .

Pt. același ω , ξ este mai la dreapta decât în cazul PI.

La aceeași ξ se obține un ω mai mare, adică la aceeași rapiditate se obține o amortizare mai bună ca în cazul PI.

Se adoptă $\ddagger_1 = T_1, \ddagger_2 = T_2, T_1, T_2$ – c. de timp max. ale p. fixate. Apoi se procedează la reg. PI.

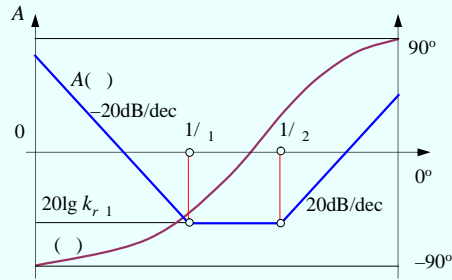


Fig.VI.50

c. Reglarea în cascăd

Structura este următoarea:

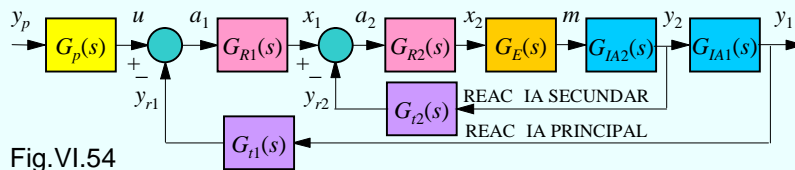


Fig.VI.54

Instalația automatizată se divide în două părți: G_{IA1}, G_{IA2} .

Se introduce reacția negativă secundară după y_2 .

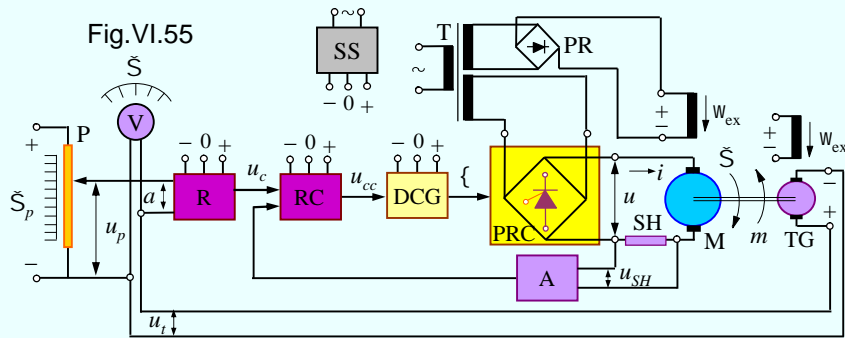
Regulatorul G_{R2} (de regulă PID) se alege astfel încât sist.

închis secundară să fie PT1.

Regulatorul G_{R1} din circuitul închis principal este P sau PI.

Exemplu

Sistem de reglare automat a turaiei unui motor el. de cc



TG - tahogenerat. R - reg. turaie P - poten iometru
SH - unt RC - reg. curent M - mot. el. cc
A - adaptor DCG + PRC - el. ex.

M. Voicu, IA (VI)

C12 (29)

19

Capitolul VII

SISTEME AUTOMATE NELINIARE

M. Voicu, IA (VII)

C12 (29)

20

Sistemele automate reale sunt de regulă neliniare.

Modelele liniare sunt cazuri particulare;

se obțin prin idealizări, simplificări și aproximații.

Există situații în care aproximațiile sunt inacceptabile.

Elementele neliniare sunt:

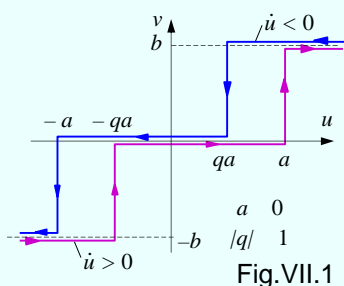
- **esențiale** (deliberate)
- **neesențiale** (accidentale).

O neliniaritate esențială

realizează o anumită relație intrare - ieșire.

Ex: elementul de tip releu

– fig.VII.1, utilizat ca regulator.



M. Voicu, IA (VII)

Neliniaritățile neesențiale sunt naturale și nedorite.

Liniarizarea lor nu produce erori importante. Ex.:fig.VII.2 și 3.

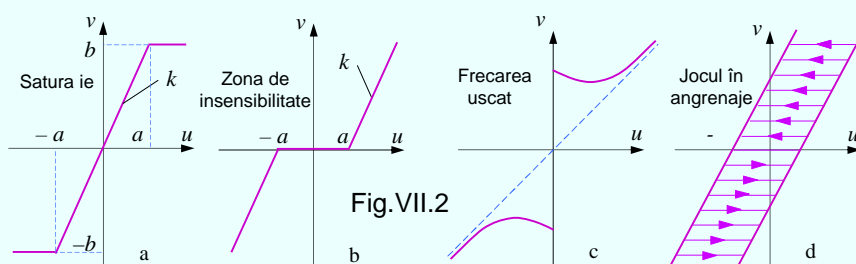


Fig.VII.2

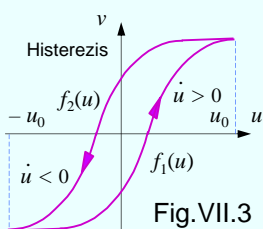


Fig.VII.3

Uzual SA neliniare satisfac

ipoteza de separabilitate: pot fi divizate în subsist. liniare și neliniare.

Subsistemele liniare pot descrie prin funcția de transfer.

M. Voicu, IA (VII)

Exemplu: modelul matematic al motorului el. de cc cu dubl comand : prin tensiunile pe indus i pe inductor.
 Cu fig.II.10, la ec. cf. ex. 2.1 se adaug ec. inductorului.

$$u = Ri + L \frac{di}{dt} + e$$

$$e = c_1 \{ \dot{S}$$

$$J \frac{d\dot{S}}{dt} = m_m - m_f - m,$$

$$m_m = c_2 \{ i$$

$$m_f = c_3 \dot{S},$$

$$u_{ex} = R_{ex} i_{ex} + L_{ex} \frac{di_{ex}}{dt}$$

$$\{ = f(i_{ex}),$$

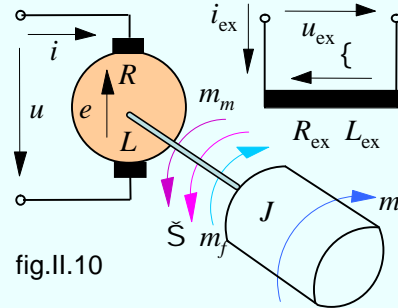


fig.II.10

u_{ex}, i_{ex} – tens. i curentul de ex.
 R_{ex}, L_{ex} – rezist. i induct. c. ex.
 $\{$ – fluxul de excita ie
 f – caract. de magnetizare

M. Voicu, IA (VII)

C12 (29)

23

Ecua iile 2, 4 i 7 reprezint elemente neliniare.

Aplicând transformarea Laplace ecua iilor liniare rezult :

$$I(s) = \frac{1}{Ls + R} [U(s) - E(s)],$$

$$e = c_1 \{ \dot{S},$$

$$h(s) = \frac{1}{Js} [M_m(s) - M_f(s) - M(s)],$$

$$m_m = c_2 \{ i,$$

$$M_f(s) = c_3 h(s),$$

$$I_{ex}(s) = \frac{1}{L_{ex}s + R_{ex}} U_{ex}(s),$$

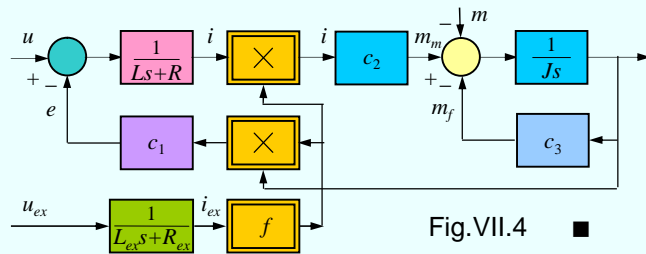
$$\{ = f(i_{ex}).$$

M. Voicu, IA (VII)

C12 (29)

24

Cu aceste ecuații se obține schema bloc structural :



Metodele studiu se bazează pe idei din teoria SA liniare și vizează analiza stabilității și sinteza unor SA neliniare stabile.

Se vor prezenta două metode frecvențiale:

- ❖ metoda funcției de descriere
- ❖ metoda bazată pe criteriul Popov.

1. Metoda funcției de descriere

Este o metodă de liniarizare în domeniul frecvenței.

Se poate aplica și neliniarităților discontinue.

1.1. Procedura celor două locuri

a. Definiția funcției de descriere

Ipotezele pentru o neliniaritate cu o intrare și o ieșire (funcții scalare de timp) sunt următoarele:

1° Relația neliniară intrare-ieșire este descrisă de:

$$v = f(u); \quad (1.1)$$

f este funcție continuă și monoton pe porțiuni

(cu discontinuități de spea I), univalent sau multivalent.

2° (1.1) este simetric față de originea planului (u, v) .

3° Dacă $u(t)$ este o funcție periodică de perioadă T , atunci $v(t)$ este o funcție periodică de aceeași perioadă T .

4° În structura SA, elementul neliniar este urmat de un FTJ cu panta ≤ -40 dB/dec în zona pulsației de tîiere.

Fie
$$u(t) = A \sin \check{S}t, \quad t \in \mathbf{R}; \quad A \geq 0, \quad \check{S} \geq 0. \quad (1.2)$$

În ipotezele 1° – 3° $v(t)$ se exprimă prin **seria Fourier**:

$$v(t) = \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \sin n\check{S}t + B_n \cos n\check{S}t), \quad t \in \mathbf{R}, \quad (1.3)$$

coeficienții Fourier ai lui $v(t)$.

$$\begin{cases} A_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(A \sin \check{S}t) \sin n\check{S}t d(\check{S}t), & n = 1, 2, \dots, \quad (1.4) \\ B_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(A \sin \check{S}t) \cos n\check{S}t d(\check{S}t), & n = 1, 2, \dots \quad (1.5) \end{cases}$$

Cf. 4° și pt. \check{S} în zona pulsației de tîiere a elementului liniar, armonicile superioare din (1.3) sunt neglijabile. Se scrie:

$$u(t) = A \sin \check{S}t, \quad (1.2)$$

$$v(t) \cong v_1(t) = A_1 \sin \check{S}t + B_1 \cos \check{S}t, \quad t \in \mathbf{R}, \quad (1.6)$$

Pt. un formalism ca la metoda frecvențială (cap.VI), se trec (1.2) și (1.6) în domeniul complex. Se introduc:

$$U(A, j\check{S}) = A e^{j\check{S}t}, \quad V_1(A, j\check{S}) = [A_1 + jB_1] e^{j\check{S}t}. \quad (1.7)$$

$$\Rightarrow \text{Im}\{U(A, j\check{S})\} = \text{Im}\{A e^{j\check{S}t}\} = \text{Im}\{A(\cos \check{S}t + j \sin \check{S}t)\} = A \sin \check{S}t = u(t); \quad (1.8)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \text{Im}V_1(A, j\check{S}) &= \text{Im}\{(A_1 + jB_1)e^{j\check{S}t}\} = \text{Im}\{(A_1 + jB_1)(\cos \check{S}t + j \sin \check{S}t)\} = \\ &= \text{Im}\{(A_1 \cos \check{S}t - B_1 \sin \check{S}t) + j(A_1 \sin \check{S}t + B_1 \cos \check{S}t)\} = \\ &= A_1 \sin \check{S}t + B_1 \cos \check{S}t = v_1(t). \end{aligned}$$

Defini ia 1

Func ia de descriere a elem. neliniar (1.1) (cf. 1° - 4°) :

$$N(A) = \frac{V_1(A, j\check{S})}{U(A, j\check{S})}, \quad A \in \mathbf{R}_+. \quad \blacksquare \quad (1.9)$$

$$U(A, j\check{S}) = A e^{j\check{S}t}, \quad V_1(A, j\check{S}) = [A_1 + jB_1] e^{j\check{S}t}. \quad (1.7)$$

$$(1.8)$$

Cf. (1.7), (1.8), din (1.9) rezult c f. de descriere este:

$$N(A) = \frac{1}{A} [A_1(A) + jB_1(A)] = \frac{1}{A} \sqrt{A_1^2(A) + B_1^2(A)} e^{j \arctg \frac{B_1(A)}{A_1(A)}}. \quad (1.10)$$

În aplica ii se utiliz. i **func ia de descriere invers negativ** :

$$N_i(A) = -1 / N(A), \quad A \in \mathbf{R}_+. \quad (1.11)$$

Hodograful $N_i(A) \rightarrow$ **locul de descriere invers negativ**.